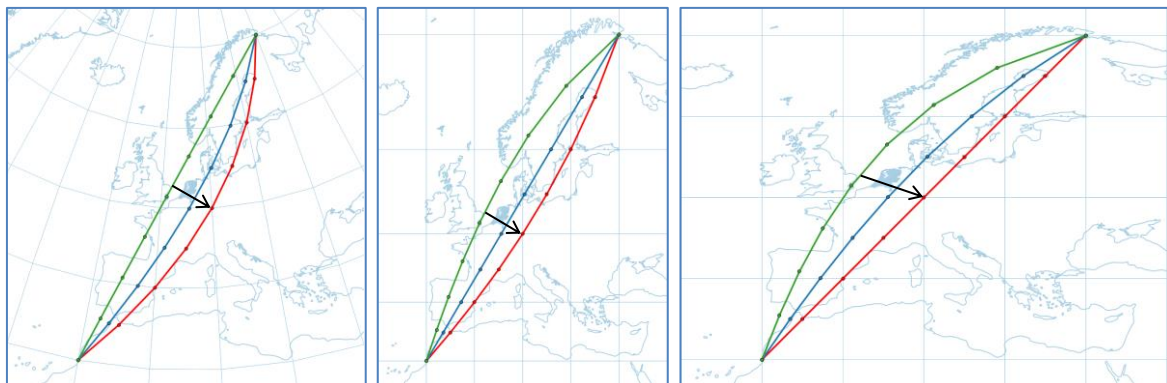


### Samenvatting

Een rechte lijn in werkelijkheid is meestal geen rechte lijn in een kaart, maar een lijn die licht krom loopt. Om er voor te zorgen dat een grens in de kaart ongeacht de kaartprojectie met voldoende nauwkeurigheid eenduidig is, moeten lange lijnstukken van grenzen voorzien worden van tussenpunten. Voor een nauwkeurigheid van 1 mm zijn punten met 200 m tussenafstand nodig voor in Nederland gangbare projecties.

### Inleiding

Binnen Europees Nederland worden voor geoinformatie twee coördinatenstelsels naast- en doorelkaar gebruikt. Dit zijn het Europese ETRS89 met geografische coördinaten in graden en het Nederlandse stelsel van de Rijksdriehoeksmeting (RD) met geprojecteerde coördinaten in meters, eventueel aangevuld met hoogte in NAP. Andere coördinatenstelsels zijn van minder belang voor geoinformatie. Met behulp van de coördinatentransformatie RDNAPTRANS™ kunnen punten eenduidig tussen ETRS89 en RD omgerekend worden. De merknaam RDNAPTRANS™ mag alleen na schriftelijke toestemming gebruikt worden voor een implementatie van de transformatie die binnen 1 mm nauwkeurig is. Voor het eenduidig weergeven van (polygonale) lijnen in meerdere coördinatenstelsels is naast de coördinatentransformatie ook de manier van verbinden van de (knik)punten van belang. Dit geldt met name voor de officiële vastlegging van grenzen, maar speelt ook bij het nauwkeurig karteren van andere lijnobjecten.



*Figuur 1. Afwijking (zwart) tussen geodetische lijn (groen), loxodroom (blauw) en rechte lijn in plate carrée-projectie (rood) in RD- (links), Mercator- (midden) en plate carrée-projectie (rechts) met tussenpunten. Merk op dat Nederland hier ten oosten van de geodetische lijn ligt, maar ten westen van de andere twee lijnen.*

### Verschillende manieren om punten te verbinden

De kortste verbinding tussen twee punten op aarde via een rechte lijn wordt de geodetische lijn genoemd. Wanneer tussen twee punten in een geprojecteerd coördinatenstelsel een rechte lijn getrokken wordt dan levert dit geen geodetische lijn op, maar een lijn die in werkelijkheid heel licht krom loopt (zie figuur 1). De



afwijking van een rechte lijn in RD ten opzichte van de geodetische lijn is klein, maar afhankelijk van de lengte van het lijnstuk niet verwaarloosbaar (zie tabel 1). Door niet te lange lijnstukken te gebruiken blijft de afwijking tussen de rechte lijn in de kaartprojectie en de geodetische lijn verwaarloosbaar is. Het kan daarom nodig zijn om voor grenzen met lange lijnstukken tussen de knikpunten nog extra punten in te voegen voordat de punten van de grens getransformeerd worden, zodat het bedoelde verloop van de grens behouden blijft en er na transformatie niet plots objecten zich aan de andere kant van de lijn bevinden.

*Tabel 1. Relatie tussen de lengte en de maximale afwijking van een rechte lijn in RD-projectie ten opzichte van de geodetische lijn, voor Europees Nederland inclusief Economisch Exclusieve Zone (EEZ).\**

Lijnlengte	Afwijking
500 km	160 m
200 km	25 m
100 km	6,4 m
50 km	1,6 m
20 km	26 cm
10 km	8 cm
5 km	3 cm
2 km	5 mm
1 km	1,3 mm
500 m	0,3 mm
200 m	<0,1 mm

*Tabel 2. Relatie tussen de lengte en de maximale afwijking van een rechte lijn in plate carrée- of andere projectie ten opzichte van de geodetische lijn, voor Europees Nederland inclusief EEZ.\**

Lijnlengte	Afwijking
500 km	6 km
200 km	1 km
100 km	0,2 km
50 km	60 m
20 km	9,7 m
10 km	2,4 m
5 km	60 cm
2 km	9,7 cm
1 km	2,4 cm
500 m	6 mm
200 m	1 mm
100 m	0,2 mm
50 m	<0,1 mm

Naast een rechte lijn in RD-projectie en de geodetische lijn zijn er nog andere manieren in gebruik voor het verbinden van punten in ETRS89-coördinaten. Bij navigatie is traditioneel een rechte lijn in Mercatorprojectie gebruikelijk, de zogenaamde loxodroom. Dit is een lijn met vaste kompascoers. Daarnaast kunnen rechte lijnen getrokken worden in de projecties die het EU-initiatief *infrastructure for spatial information in Europe* (INSPIRE) adviseert voor ETRS89. Afhankelijk van de toepassing zijn dit de Universele Transversale Mercatorprojectie (ETRS89-TM), de hoekgetrouwe kegelprojectie van Lambert (ETRS89-LCC) en de oppervlaktegetrouwe azimutale projectie van Lambert (ETRS89-LAEA). Daarnaast adviseert INSPIRE voor het snel visualiseren van ongeprojecteerde coördinaten de *plate carrée*-projectie. In deze projectie worden geografische coördinaten als 2D cartesische coördinaten weergegeven en verbonden. Omdat dit de minste rekenkracht kost wordt deze projectie veel in software en voor internettoepassingen gebruikt. Ook de pseudo-Mercatorprojectie wordt veel voor internettoepassingen gebruikt. Van deze gangbare projecties zijn de afwijkingen van de *plate carrée*-projectie het grootst. De maximale afwijking van een rechte lijn in *plate carrée*-projectie ten opzichte van de geodetische lijn is afhankelijk van de lengte van het lijnstuk (zie tabel 2).

\* Bij benadering op basis van empirisch onderzoek (zie bijlage).



### Berekening van tussenpunten

Om het verloop van een grens eenduidig vast te leggen moeten bij lange lijnstukken tussen knikpunten nog extra punten ingevoegd worden. In welk coördinatenstelsel en op welke manier deze tussenpunten berekend moeten worden is afhankelijk van het oorspronkelijk bedoelde verloop van de grens. Wanneer het bedoelde verloop niet expliciet vermeld wordt zijn er twee interpretaties mogelijk. Enerzijds zal in veel gevallen zal een rechte lijn in de werkelijkheid, de geodetische lijn, bedoeld zijn. Anderzijds kan het zijn dat wanneer een grens op basis van de kaart bepaald is, een rechte lijn in de projectie van de kaart de intenties beter beschrijft. Tusspunten zijn daarom niet alleen nodig om een geodetische lijn in RD of andere projectie juist weer te geven. Ook wanneer het de bedoeling is punten te verbinden met een rechte lijn in een specifieke projectie moeten er tussenpunten berekend worden voor correcte weergave in een andere projectie, zoals voor de weergave van een loxodroom in de RD-projectie.

De berekening van tussenpunten in *platte carrée*-projectie kan direct in ongeprojecteerde coördinaten plaatsvinden. Voor andere projecties moeten de coördinaten meestal eerst geprojecteerd worden. Tusspunten berekenen volgens een geodetische lijn is door de benodigde differentiaalvergelijkingen lastiger. Niet alle GIS-softwarepakketten kunnen zulke tussenpunten nauwkeurig berekenen. Soms wordt bijvoorbeeld een benadering met een gnomische projectie gebruikt waarbij de afplatting van de aarde verwaarloosd wordt. Om onduidelijkheid over de ligging van een grens te voorkomen is het echter belangrijker dat er bij de officiële vastlegging tussenpunten gebruikt worden dan of deze exact volgens de geodetische lijn of op een meer pragmatische wijze berekend worden. Een systeem voor de opslag van geoinformatie zou er daarom voor moeten zorgen dat gebruikers geen te lange lijnstukken opnemen. Dat kan op verschillende manieren: (1) door bij de invoer van lange lijnstukken een waarschuwing te geven over de gevolgen voor de nauwkeurigheid die dat oplevert; (2) door een maximum lengte voor lijnstukken af te dwingen; (3) door automatisch tussenpunten te berekenen.

### Conclusie

Om de lijnen van een grens met dezelfde nauwkeurigheid eenduidig vast te leggen in RD en ETRS89 als de nauwkeurigheid waarmee RDNAPTRANS™ punten transformeert, is een afwijking van maximaal 1 mm acceptabel. Voor algemene toepassingen waarbij de grenzen eenduidig in RD en alle gangbare projecties van ETRS89 weergegeven moeten worden is de maximale afstand voor tussenpunten voor deze nauwkeurigheid 200 m. Als het aantal tussenpunten dat dit oplevert praktische problemen geeft, kan in sommige gevallen besloten worden een grotere tussenafstand te gebruiken. Wanneer grenzen uitsluitend volgens de geodetische lijn of rechte lijn in RD lopen en deze ook altijd in RD gevisualiseerd worden, zonder door anderen op eigen wijze gevisualiseerd te kunnen worden, kan een tussenafstand van 500 m gehanteerd worden (zie tabel 1). Ook wanneer een lagere nauwkeurigheid acceptabel gevonden wordt kan 500 m of eventueel een nog grotere tussenafstand gebruikt worden (zie tabel 3).

Een systeem voor de opslag van geoinformatie kan het best bij de aanlevering van nieuwe data op de maximale lengte van lijnstukken toetsen. Bij overschrijding kan de invoer geweigerd worden, een waarschuwingsmelding geven worden of automatisch tussenpunten berekend worden. Tenzij er uitdrukkelijk een ander verloop van een grens beoogd wordt, moet de geodetische lijn in ETRS89 gebruikt worden voor het berekenen van tussenpunten. Voor algemene toepassingen is het advies om tussenpunten met een maximale

afstand van 200 m te berekenen, zodat het verloop van de grens in alle gangbare projecties van ETRS89 eenduidig is.

*Tabel 3. Advies voor de maximale afstand voor tussenpunten bij verschillende waarden voor de acceptabele maximale afwijking van een lijn ten opzichte van de geodetische lijn, voor Europees Nederland inclusief EEZ.\**

Acceptabele afwijking	Advies lijnlengte
1 mm	200 m
1 cm	500 m
1 dm	2 km
1 m	5 km
10 m	20 km
100 m	50 km

---

\* Naar beneden afgerond op een rond getal.

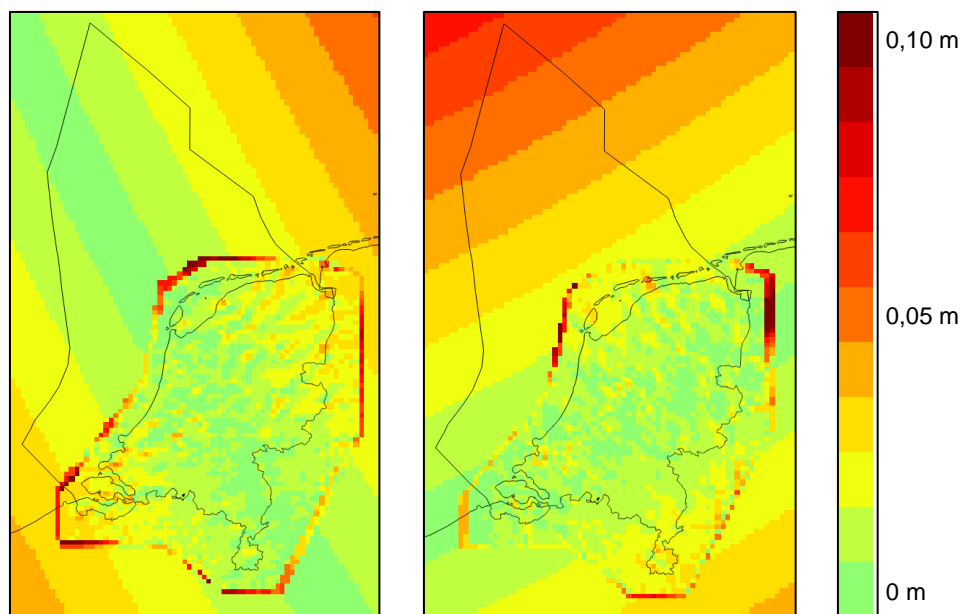
## Bijlage: Berekening van de afwijking van een rechte lijn

### Afwijking van een rechte lijn in RD-projectie

De afwijking van een rechte lijn in RD-projectie ten opzichte van de geodetische lijn voor een locatie in Nederland kan als volgt bepaald worden met het computerprogramma PCTrans\* van de Dienst der Hydrografie:

- Kies een punt A en bepaal de ETRS89-coördinaten;
- Bereken de ETRS89-coördinaten van een punt B op afstand  $d$  en azimut  $\alpha$  volgens de geodetische lijn (*direct geodetic problem*);
- Bereken de RD-coördinaten van punt A en B (RDNAPTRANS™);
- Bereken de RD-coördinaten van het punt C dat in de RD-projectie precies tussen punt A en B ligt door het gemiddelde van de RD-coördinaten te nemen;
- Bereken de ETRS89-coördinaten van punt C (RDNAPTRANS™);
- Bereken de afstand van punt C tot de geodetische lijn tussen punt A en B (*nearest approach*).

De maximale afwijking bij een gegeven lengte blijkt vooral afhankelijk van het azimut van het lijnstuk en de locatie in Nederland (zie figuur 2). Met name randeffecten en discontinuïteiten in het geëxtrapoleerde deel (op zee, in België en Duitsland) van het RD-correctiegrid in RDNAPTRANS™2008 zorgen voor grote afwijkingen. Omdat deze grote afwijkingen in het nieuwe correctiegrid voor RDNAPTRANS™2017 zullen verdwijnen, zijn deze genegeerd bij het bepalen van de maximale afwijking (zie tabel 1).



Figuur 2. Afwijking van een rechte lijn in RD-projectie bij een lijnlengte van 10 km en azimut  $-30^\circ$  (links) of azimut  $60^\circ$  (rechts).

\* <https://www.defensie.nl/onderwerpen/hydrografie/coordinatenstelsels-op-zee/coordinaten-omrekenen>



### Afwijking van een rechte lijn in *plate carrée*- of andere projectie

De afwijking van een rechte lijn in *plate carrée*-projectie ten opzichte van de geodetische lijn kan als volgt bepaald worden met het computerprogramma PCTrans van de Dienst der Hydrografie:

- Kies een punt A en bepaal de ETRS89-coördinaten;
- Bereken de ETRS89-coördinaten van een punt B op afstand  $d$  en azimut  $\alpha$  volgens de geodetische lijn (*direct geodetic problem*);
- Bereken de ETRS89-coördinaten van het punt D dat in de *plate carrée*-projectie precies tussen punt A en B ligt door het gemiddelde van de ETRS89-coördinaten te nemen;
- Bereken de afstand van punt D tot de geodetische lijn tussen punt A en B (*nearest approach*).

De afwijking van een loxodroom ten opzichte van de geodetische lijn kan als volgt bepaald worden met het computerprogramma PCTrans van de Dienst der Hydrografie:

- Kies een punt A en bepaal de ETRS89-coördinaten;
- Bereken de ETRS89-coördinaten van een punt B op afstand  $d$  en azimut  $\alpha$  volgens de geodetische lijn (*direct geodetic problem*);
- Bereken de afstand  $d'$  en azimuth  $\alpha'$  voor de loxodroom tussen punt A en B (*inverse geodetic problem*);
- Bereken de ETRS89-coördinaten van het punt E op afstand  $\frac{1}{2} d'$  en azimuth  $\alpha'$  volgens de loxodroom (*direct geodetic problem*);
- Bereken de afstand van punt E tot de geodetische lijn tussen punt A en B (*nearest approach*).

De afwijking van een rechte lijn in andere gangbare projecties van ETRS89 is altijd kleiner of gelijk aan de afwijking in *plate carrée*-projectie. De afwijking in *plate carrée*-projectie bij een gegeven lengte blijkt voor Europees Nederland vooral afhankelijk van het azimut van het lijnstuk. De maximale afwijking ( $a$ ) van een rechte lijn in *plate carrée*-projectie ten opzichte van de geodetische lijn voor Europees Nederland blijkt proefondervindelijk bij benadering als volgt afhankelijk te zijn van de lengte ( $d$ ) van de lijn:

$$a = 24,15 \cdot 10^{-9} \cdot d^2$$

Projecties van andere coördinatenstelsels dan ETRS89 zijn van minder belang voor geoinformatie in Nederland. ITRS-coördinaten zijn tijdsafhankelijk, wat onhandig is voor opslag van geoinformatie. WGS84-coördinaten worden vooral voor minder nauwkeurige toepassingen gebruikt, waarbij het verschil met ETRS89 verwaarloosd kan worden. Het gebruik van ED50-coördinaten is verouderd. Coördinaten in de Belgische coördinatenstelsels Lambert72 en Lambert 2008 en het Duitse coördinatenstelsel Gauss-Krüger zijn via ETRS89 aan RD gekoppeld en kunnen dus op dezelfde manier als geoinformatie in ETRS89 verwerkt worden.